View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE

Литература

1. Кигурадзе И. Т., Чантурия Т. А. *Асимптотические свойства решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений.* М.: Наука, 1990.
2. Асташова И. В. *Качественные свойства решений квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений* // В сб.: Качественные свойства решений дифференциальных уравнений и смежные вопросы спектрального анализа: научное издание под ред. И. В. Асташовой. М.: ЮНИТИ–ДАНА, 2012. С. 22–288.
3. Astashova I. V. *On power and non-power asymptotic behavior of positive solutions to Emden — Fowler type higher-order equations* // Advances in Difference Equations, 2013. DOI: 10.1186/10.1186/1687-1847-2013-220.
4. Kozlov V. A. *On Kneser solutions of higher order nonlinear ordinary differential equations*// Ark. Mat. 1999. Vol. 37, no. 2. P. 305–322.

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В СМЫСЛЕ СОВПАДЕНИЯ ОТРАЖАЮЩИХ ФУНКЦИЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ И ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

М.С. Белокурский

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь
drakonsm@ya.ru

Теорема. *Пусть* $a_1(t)$ *и* $a_2(t)$ *— непрерывные нечетные функции. Тогда дифференциальная система*

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\cos t}{1+3x^2}-a_1(t)\frac{x+y-\sin t}{1+3x^2}+a_2(t)\frac{y-x^3}{1+3x^2},$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{3x^2\cos t}{1+3x^2}+a_1(t)\frac{x+y-\sin t}{1+3x^2}+a_2(t)\left(y-x^3-\frac{y-x^3}{1+3x^2}\right) \qquad (1)$$

эквивалентна системе

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\cos t}{1+3x^2},\qquad \frac{dy}{dt}=\frac{3x^2\cos t}{1+3x^2}, \qquad (2)$$

т. е. их отражающие функции [1, с. 62] *совпадают.*

Следствие. *Если непрерывные нечетные функции* $a_1(t)$ *и* $a_2(t)$ *имеют периоды, несоизмеримые с* 2π, *то квазипериодическая дифференциальная система* (1) *будет эквивалентна* 2π*-периодической дифференциальной системе* (2).

В качестве примера рассмотрим квазипериодическую систему

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\cos t+2\sin\sqrt{3}t\sin t-2x\sin\sqrt{3}t+y(\sin 2\sqrt{3}t-2\sin\sqrt{3}t)-x^3\sin 2\sqrt{3}t}{1+3x^2},$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{-2\sin\sqrt{3}t\sin t+2x\sin\sqrt{3}t+2y\sin\sqrt{3}t+3x^2\cos t+3x^2y\sin 2\sqrt{3}t-3x^5\sin 2\sqrt{3}t}{1+3x^2}.$$

С помощью алгоритма, приведенного в [2], эту систему можно представить в виде (1):

$$\frac{dx}{dt}=\frac{\cos t}{1+3x^2}-2\sin\sqrt{3}t\frac{x+y-\sin t}{1+3x^2}+\sin 2\sqrt{3}t\frac{y-x^3}{1+3x^2},$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3x^2\cos t}{1+3x^2} + 2\sin\sqrt{3}t\frac{x+y-\sin t}{1+3x^2} + \sin 2\sqrt{3}t\left(y - x^3 - \frac{y-x^3}{1+3x^2}\right).$$

Согласно теореме эта квазипериодическая система эквивалентна, в смысле совпадения отражающих функций, 2π-периодической системе (2).

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем.* Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. 196 с.

2. Mironenko V. I., Mironenko V. V. *How to construct equivalent differential systems* // Applied Mathematic Letters. 2009. Vol. 22. P. 1356–1359.

К ВОПРОСУ О РАЗЛИЧЕНИИ ЦЕНТРА, ФОКУСА И СЕДЛО — ФОКУСА ДЛЯ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЫ ДАРБУ

В.В. Блашкевич

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно,Беларусь
blvv@mail.ru

PolotskSU

Проблема различения центра и фокуса для двумерной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений исследуется длительное время (см., например, монографию [1]). В то же время аналогичные вопросы в трехмерном случае почти не изучались. Рассматривается вопрос о различении топологического типа изолированного состояния равновесия $O(0,0,0)$ трехмерной однородной системы Дарбу

$$\frac{dx}{dt} = a_1x + b_1y + c_1z + xF(x,y,z), \quad \frac{dy}{dt} = a_2x + b_2y + c_2z + yF(x,y,z),$$

$$\frac{dz}{dt} = a_3x + b_3y + c_3z + zF(x,y,z), \tag{1}$$

где $F(x,y,z)$ есть гладкая однородная функция степени однородности $m \geqslant 1$, имеющего пару чисто мнимых и один вещественный характеристические корни. В этом случае возникает задача различения центра, фокуса и седло — фокуса [2, с. 202–203]. Получены критерии решения данной задачи. В частности, имеют место следующие утверждения.

Теорема 1. *Состояние равновесия $O(0,0,0)$ с парой чисто мнимых и одним ненулевым характеристическими корнями полиномиальной однородной системы Дарбу (1) при нечетном m является центром, устойчивым при отрицательном вещественном характеристическом корне, и неустойчивым при положительном вещественном характеристическом корне.*

Теорема 2. *Если трехмерное вещественное автономное проективное матричное уравнение Риккати [3] имеет состояние равновесия с парой чисто мнимых и одним ненулевым характеристическими корнями, то данное состояние равновесия является центром, устойчивым при отрицательном вещественном характеристическом корне, и неустойчивым при положительном вещественном характеристическом корне.*

Литература

1. Амелькин А. В., Лукашевич Н. А., Садовский А. П. *Нелинейные колебания в системах второго порядка.* Мн.: Изд–во БГУ, 1982.

2. Пуанкаре А. *О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями.* М.–Л.: ГИТТЛ,1947.

3. Winternitz P. *Lie groups and solutions of nonlinear differential equations* // Lect. Notes in Phys. 1983. Vol. 189. P. 263–331.